

### Приложение 3. Ударные волны в твердом теле.

**1. Ударная волна (УВ).** УВ - это распространяющийся по среде фронт резкого, почти мгновенного, изменения параметров среды: плотности, давления, температуры, скорости. Ударные волны называют также сильными разрывами или скачками. Причины возникновения ударных волн в газах — полеты со сверхзвуковыми скоростями (звуковой удар), истечения с большими скоростями через сопла, мощные взрывы, электрические разряды, интенсивное горение.

Ударные волны являются частью детонационных волн, волн конденсации (хорошо известным примером этого явления служат шлейфы тумана, остающиеся за самолетом при пролете через участки атмосферы с повышенной влажностью), могут возникать при взаимодействии лазерного излучения с веществом (светодетонационные волны). Сход снежной лавины также может рассматриваться как ударная волна.

В твердых телах ударные волны возникают при высокоскоростном соударении тел, в астрофизических условиях — при взрывах звезд.

Введение понятия ударной волны приписывают немецкому ученому Б. Риману.

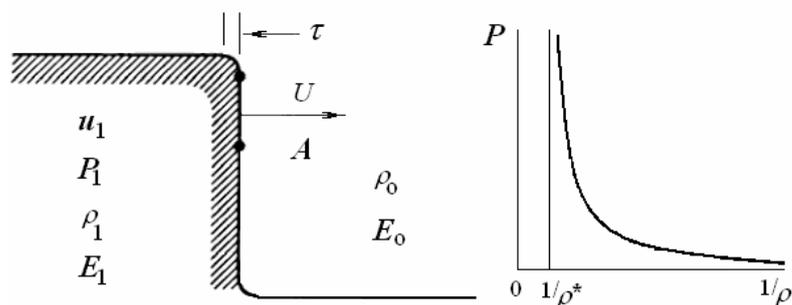


Рис. ПЗ-1. Фронт ударной волны (слева). Адиабата Гюгонио (справа).

**2. Условия на фронте ударной волны.** При переходе через ударную волну должны выполняться общие законы сохранения массы, импульса и энергии. Соответствующие условия на поверхности волны — непрерывность потока вещества, потока импульса и потока энергии:

$$\begin{aligned} \rho_0 u_0 &= \rho_1 u_1, \quad \rho_0 + \rho_0 u_0^2 = \rho_1 + \rho_1 u_1^2, \\ h_0 + \frac{u_0^2}{2} &= h_1 + \frac{u_1^2}{2} \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.1})$$

( $\rho$  - плотность,  $u$  — скорость,  $p$  — давление,  $h$  - энтальпия, теплосодержание) газа. Индексом "0" отмечены параметры газа перед ударной волной, индексом "1" — за ней. Эти условия носят название условий Ренкина — Гюгонио, поскольку первыми из опубликованных работ, где были сформулированы эти условия, считаются работы британского инженера Вильяма Ренкина (1870) и французского баллистика Пьера Анри Гюгонио (1889).

Условия Ренкина — Гюгонио позволяют получить давление и плотность за фронтом ударной волны в зависимости от начальных данных (интенсивности ударной волны и давления и плотности перед ней):

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_0 (U - u_0) / (U - u_1), \\ P_1 - P_0 &= \rho_0 (u_1 - u_0) (U - u_0), \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.2})$$

$$E_1 - E_0 = \frac{(P_1 + P_0)(1/\rho_0 - 1/\rho_1)}{2} = \frac{1}{2} (u_1 - u_0)^2,$$

$$h_0 - h_1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_1} \right) (P_1 - P_0) = 0 \quad (\text{ПЗ.3})$$

$h$  — энтальпия газа (функция  $\rho$  и  $p$ ). Эта зависимость носит название адиабаты Гюгонио, или ударной адиабаты (рис. ПЗ-1).

Фиксируя на адиабате точку, соответствующую начальному состоянию перед ударной волной, получаем все возможные состояния за волной заданной интенсивности. Состояниям за скачками сжатия отвечают точки адиабаты, расположенные левее выбранной начальной точки, за скачками разрежения — правее.

Анализ адиабаты Гюгонио показывает, что давление, температура и скорость газа после прохождения скачка сжатия неограниченно возрастают при увеличении интенсивности скачка. В это же время плотность возрастает лишь в конечное число раз, сколь бы ни была велика интенсивность скачка. Количественно увеличение плотности зависит от молекулярных свойств среды, для воздуха максимальный рост 6 раз. При уменьшении амплитуды УВ она вырождается в слабый (звуковой) сигнал.

**3. Скачки разрежения.** В воздухе наблюдаются только скачки уплотнения. В этом случае по отношению к среде перед ее фронтом ударной волны движется со скоростью, превышающей скорость звука в этой среде, по среде за ее фронтом волна движется с дозвуковой скоростью. Звуковые волны могут нагнать ударную волну сзади, сама же волна надвигается бесшумно. Привлечение законов термодинамики позволило теоретически обосновать это свойство ударных волн для сред обычными термодинамическими свойствами (теорема Цемплена). Однако, в средах со специальными термодинамическими свойствами скачки разрежения возможны: известны скачки такого рода в средах с фазовыми переходами, например, пар - жидкость.

**4. Структура ударной волны.** Типичная ширина ударной волны в воздухе  $10^4$  мм (порядка нескольких длин свободного пробега молекул). Малая толщина такой волны дает возможность во многих задачах считать ее поверхностью разрыва. Но в некоторых случаях имеет значение структура ударной волны. Такая задача представляет и теоретический интерес. Для слабых ударных волн хорошее согласие эксперимента и теории дает модель, учитывающая вязкость и теплопроводность среды. Для ударных волн достаточно большой интенсивности структура должна учитывать (последовательно) стадии установления термодинамического равновесия поступательных, вращательных, для молекулярных газов еще и колебательных степеней свободы, в определенных условиях — диссоциацию и рекомбинацию молекул, химические реакции, процессы с участием электронов (ионизацию, электронное возбуждение).

Контактные разрывы. Ударные волны следует отличать от контактных разрывов, также являющихся поверхностями раздела сред с различными плотностями, температурами и, может быть, скоростями. Но, в отличие от ударных волн, через контактный разрыв нет протекания вещества и давление с обеих его сторон одинаково. Контактные разрывы называют также тангенциальными.

**5. Распад произвольного разрыва.** Поверхность произвольного разрыва, разделяющая две области среды с заданными давлением, плотностью, скоростью, в последующие моменты времени в общем случае перестает существовать (распадается). В результате такого распада может возникнуть две, одна или ни одной ударной волны, а также волны разрежения (являющиеся непрерывными) и контактный разрыв, что может быть рассчитано по начальным данным. Решение этой задачи впервые было сообщено Н.Е.Кочиным (доклад 1924 на первом международном конгрессе по прикладной механике в г. Дельфте (Нидерланды), опубликовано в 1926).

## 6. Выход ударной волны на свободную поверхность тела (Зельдович, Райзер, 1966).

Когда ударная волна, распространяющаяся по твердому телу, выходит на свободную поверхность, сжатое вещество расширяется, или, как говорят, разгружается практически до нулевого давления. Волна разгрузки (разрежения) бежит назад по веществу со скоростью звука, соответствующей состоянию за фронтом ударной волны, а само разгружающееся вещество приобретает дополнительную скорость в направлении первоначального движения ударной волны. Если тело граничит не с вакуумом, а с воздухом, то движущаяся граница разгруженного вещества играет по отношению к воздуху роль поршня и «толкает» впереди себя воздушную ударную волну. Поэтому, строго говоря, вещество разгружается не до нулевого давления, а до давления в воздушной ударной волне. Однако это давление, которое по сравнению с атмосферным может быть большим, столь мало по сравнению с начальным давлением в твердом теле, сжатом ударной волной, что им всегда можно пренебречь и считать, что разгрузка в воздух не отличается от разгрузки в вакуум. Амплитуда ударной волны в воздухе определяется при этом скоростью «поршня», т. е. скоростью разгруженного твердого вещества.

В дальнейшем будут рассмотрены *не очень сильные ударные волны*, которые сообщают твердому веществу энергию, недостаточную для его плавления, а тем более испарения, так что конечное состояние вещества после разгрузки предполагается твердым. При этом конечный объем разгруженного вещества  $V_x$  мало отличается от нормального объема твердого тела  $V_0$ . В то же время будем считать ударную волну и не слишком слабой, так, чтобы можно было пренебречь эффектами, связанными с прочностью» твердого тела. Давление в теле, сжатом ударной волной, предполагаем изотропным, как в газе или жидкости. Это справедливо, когда давление велико по сравнению с пределом прочности, критическим напряжением сдвига и т. д. Скорость звука при этом определяется сжимаемостью вещества, модулем всестороннего сжатия, точно так же как в газе и жидкости. В противном случае разгрузка описывается формулами теории упругости, о чем будет сказано в дальнейшем.

Пусть по твердому телу распространяется плоская ударная волна постоянной амплитуды (давление  $p$ , массовая скорость  $u$ , объем  $V$ , который лишь немного меньше нормального объема  $V_0$ ). В определенный момент времени волна выходит на свободную поверхность, которую считаем параллельной поверхности фронта ударной волны. Не слишком сильная ударная волна, в которой сжатие мало,  $V_0 - V \ll V_0$ , не отличается от акустической волны сжатия и описывается формулами акустики. Она распространяется по телу со скоростью звука  $c_0$ . Давление в ней связано с массовой скоростью соотношением  $p = \rho_0 c_0 u$  ( $\rho_0 = 1/V_0$ ). Начиная с момента  $t = 0$  выхода ударной волны на свободную поверхность, по телу назад распространяется волна разгрузки, которая также является акустической. Она бежит по веществу со скоростью звука (мало отличающейся от скорости звука в нормальных условиях  $c_0$ ). Давление в волне падает от начального  $p$  до нуля, а вещество приобретает скорость  $u'$ , связанную с изменением давления  $\Delta p = -p$  акустической формулой  $u' = \frac{\Delta p}{\rho_0 c_0} = \frac{p}{\rho_0 c_0}$  (рис. ПЗ-2); плотность уменьшается немного:

конечная плотность  $\rho'$  мало отличается от нормальной плотности твердого тела:  $(V_1 - V_0) \ll V_0$ . Из сопоставления формул  $p = \rho_0 c_0 u$  и  $u' = p / \rho_0 c_0$  видно, что дополнительная скорость, приобретаемая веществом при разгрузке  $u'$ , равна массовой скорости в ударной волне  $u$ , т. е. при выходе не слишком сильной ударной волны на свободную поверхность скорость вещества удваивается:  $u_1 = u + u' \approx 2u$ .

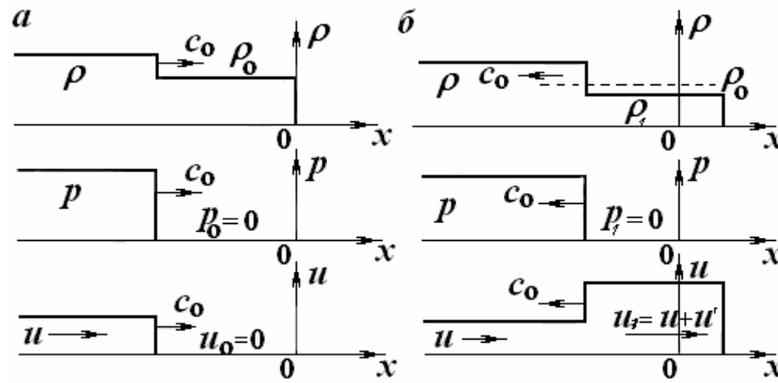


Рис. ПЗ-2. Профили плотности, давления и скорости при выходе не сильной ударной волны на свободную поверхность. а) до момента выхода  $t < 0$ ; б) после момента выхода  $t > 0$ .

Правило удвоения скоростей можно получить и из общих уравнений для ударной волны и волны разрежения, если перейти в них к предельному случаю малых амплитуд волн.

Из газодинамики известно, что дополнительная скорость, приобретаемая веществом при разгрузке от начального давления  $p$  до конечного  $p_1 = 0$ , равна:

$$u' = \int_0^p \frac{dp}{\rho c} = \int_0^p \left( -\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S^{\frac{1}{2}} dp = \int_V^{V_1} \left( -\frac{\partial p}{\partial V} \right)_S^{\frac{1}{2}} dV,$$

$$u' = \int_0^p \frac{dp}{\rho c} = \int_0^p \left( -\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S^{\frac{1}{2}} dp = \int_V^{V_1} \left( -\frac{\partial p}{\partial V} \right)_S^{\frac{1}{2}} dV, \quad (\text{ПЗ.4})$$

где производные в силу адиабатичности процесса разгрузки берутся при постоянной энтропии, равной энтропии во фронте ударной волны. Начальная массовая скорость вещества в ударной волне в силу законов сохранения равна:

$$u = \sqrt{p(V_0 - V)}. \quad (\text{ПЗ.5})$$

В ударной волне небольшой амплитуды, где изменение энтропии мало, сжатие также невелико; в первом приближении приращение объема можно представить в виде:

$$V - V_0 = \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_S p,$$

подразумевая под  $S$  энтропию исходного состояния вещества до сжатия ударной волной. Тогда массовая скорость в ударной волне равна:

$$u \approx \left( -\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S^{\frac{1}{2}} p \approx \frac{p}{\rho_0 c_0}.$$

В том же приближении можно пренебречь изменением адиабатической сжимаемости в диапазоне давлений от 0 до  $p$  и в формуле для  $u'$  считать производную постоянной. Получим:

$$u' = \int_0^p \left( -\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S^{\frac{1}{2}} dp \approx \left( -\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S^{\frac{1}{2}} p \approx \frac{p}{\rho_0 c_0} \approx u. \quad (\text{ПЗ.6})$$

Уолш и Христиан из весьма общих соображений установили верхний и нижний пределы для возможных вариаций величины дополнительной скорости  $u'$  и нашли, что при давлениях  $p \sim 4 \cdot 10^5$  атмосфер для целого ряда металлов правило удвоения скоростей

справедливо с точностью до 2%. Как показала экспериментальная проверка, правило удвоения скоростей для железа выполняется приблизительно вплоть до весьма высоких давлений  $\sim 1,5 \cdot 10^6$  атм.

Вообще говоря, отклонение от правила удвоения скоростей тем больше, чем выше амплитуда ударной волны. Примем теперь во внимание, что ударная волна, даже слабая, не является акустической, и энтропия в ней повышается. При этом в первом приближении, по-прежнему считаем, что дополнительная скорость после разгрузки  $u'$  равна  $u$ , а плотность и температуру в конечном состоянии рассматриваем в следующем приближении.

При адиабатической разгрузке тела до начального, нулевого давления, оно оказывается нагретым и расширенным по сравнению с исходным состоянием, до сжатия ударной волной. Легко найти энергию необратимого нагревания и конечную температуру разгруженного вещества  $T_i$ , если известны термодинамические функции и начальное состояние в ударной волне. Для этого следует воспользоваться уравнением адиабаты разгрузки  $d\varepsilon + pdV = 0$ , согласно которому, конечная энергия  $\varepsilon_1$  равна:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon - \int_V^{V_1} (pdv)_s. \quad (\text{П3.7})$$

Поскольку энергия в ударной волне есть  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} p(V_0 - V)$ , необратимое приращение

энергии после разгрузки равно:  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} p(V_0 - V)$ ,

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_0 = \frac{1}{2} p(V_0 - V) - \int_V^{V_1} (pdV)_s. \quad (\text{П3.8})$$

Если по плоской пластине распространяется ударная волна, за фронтом которой давление и скорость не постоянны, а падают, например, импульс сжатия треугольной формы, то после выхода такой волны на свободную поверхность тела может произойти откол. Явление откола заключается в следующем. После отражения волны сжатия от свободной поверхности профиль давления в теле образуется в результате сложения двух волн: падающей - волны сжатия и отраженной - волны разгрузки. В акустическом приближении:

$$p = \rho c [f_1(x - ct) + f_2(x + ct)],$$

где функция  $f_1$  описывает падающую волну, которая распространяется со скоростью звука вправо, а  $f_2$  — отраженную волну, распространяющуюся влево. В данном случае функция  $f_1$  отвечает треугольному профилю давления. Функцию  $f_2$  можно установить, исходя из граничного условия — равенства нулю давления на свободной поверхности. Функции  $f_1$  и  $f_2$ , а также составленные из них распределения давления в теле в момент выхода ударной волны на свободную поверхность и в два последующих момента времени изображены на рис.3.20. Если координата свободной поверхности есть  $x_1$  (рис. 3-21), то область  $x > x_1$  соответствует пустоте и определение функций  $f_1$  и  $f_2$  в области  $x > x_1$  является чисто формальным. Физически реальными являются лишь значения  $f_1$  и  $f_2$  и давления при  $x < x_1$  т. е. в теле. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, функции  $f_1$  и  $f_2$  при  $x > x_1$  на рис. 3-19 - показаны пунктиром.

Из рис. П3-2 видно, что после отражения волны сжатия от свободной поверхности в теле возникают отрицательные давления, т. е. на тело действует растягивающее усилие. Если растягивающее напряжение превышает предел прочности вещества на разрыв, то в соответствующем месте тела происходит разрыв, «откол»: от поверхности тела откалывается пластинка материала и отделяется от остального тела, отлетая от

поверхности с определенной скоростью. Так, например, сталь при импульсивных нагрузках разрушается при усилиях порядка  $30\,000\text{ кГ/см}^2$ .

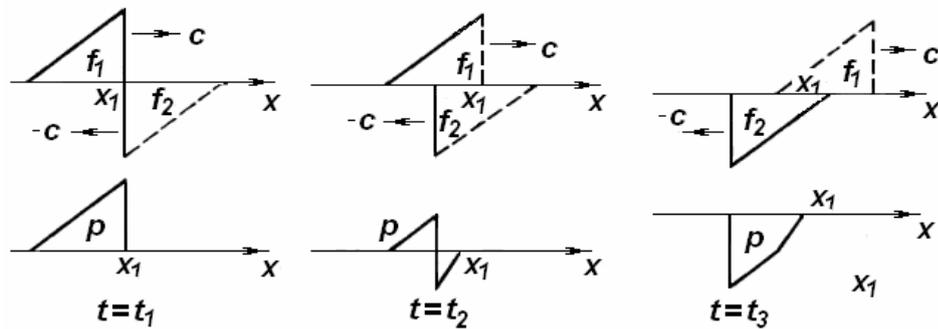


Рис. ПЗ-3. Отражение акустической волны сжатия треугольного профиля от свободной поверхности.  $t = t_1$  относится к моменту выхода переднего фронта волны на свободную поверхность;  $t = t_2$  и  $t = t_3$  относятся к последующим моментам.

**7. Ударные адиабаты в твердом теле.** Законы сохранения массы и импульса связывают между собой четыре параметра фронта ударной волны: скорость распространения ударной волны по невозмущенному веществу  $D$ , скачок массовой скорости  $u$ , равный скорости движения сжатого вещества относительно невозмущенного, давление  $p$  и удельный объем  $V$  (или плотность  $\rho = 1/V$ ):

$$\frac{V_0}{V} = \frac{D}{(D-u)}, p = \frac{Du}{V_0}. \quad (\text{ПЗ.9})$$

Если измерить на опыте скорости  $D$  и  $u$ , то по этим формулам можно найти давление и объем, а затем, воспользовавшись уравнением энергии, вычислить удельную внутреннюю энергию  $\varepsilon$ .

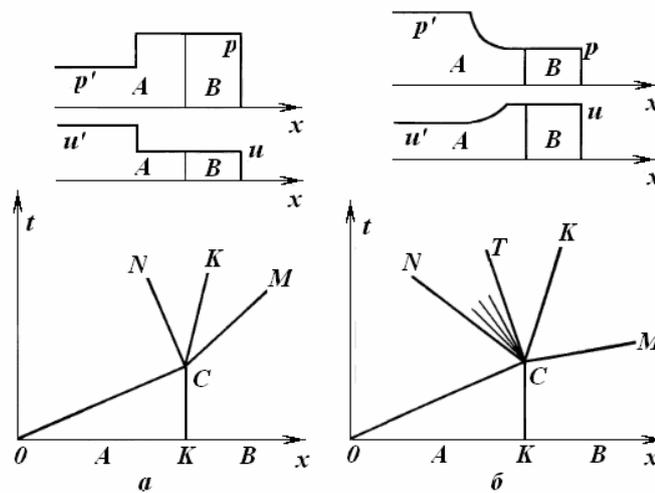


Рис. ПЗ-4. Профили давления и скорости и  $x, t$ -диаграмма для опыта с отражением.

а) Случай, когда отраженная волна - ударная. ОС - ударная волна в А; СМ - ударная волна в В; CN - отраженная ударная волна в А; КСК - линия контакта А и В. б) Случай, когда отраженная волна - волна разрежения. ОС - ударная волна в А; СМ - ударная волна в В; CN - голова волны разрежения; СТ - хвост волны разрежения; КСК - линия контакта А и В.

Таким образом, задача отыскания всех механических параметров фронта ударной волны сводится к экспериментальному определению каких-либо двух из них, в частности наиболее доступных для измерения кинематических параметров: скоростей  $D$  и  $u$ . Скорость фронта  $D$  можно измерить на опыте сравнительно просто, регистрируя моменты

прохождения фронта ударной волны через известные координатные точки, отстоящие друг от друга на заданном расстоянии. Измерить столь же непосредственным образом скачок массовой скорости и экспериментально гораздо труднее, поэтому для отыскания второго параметра прибегают к различным косвенным методам, привлекая для этой цели те или иные механические соображения.

Воспользуемся методом «отражения». В этом методе используются закономерности, которым подчиняется процесс распада произвольного разрыва, возникающего при отражении ударной волны от границы двух сред.

Рассмотрим переход сильной ударной волны из среды А в среду В. По веществу В при этом всегда идет ударная волна, отраженная же волна в А может быть либо ударной, если вещество В «жестче», чем А, либо волной разрежения, если В «мягче», чем А (это проще всего себе представить, если рассмотреть такие предельные случаи: А - газ, В - твердое тело и А - твердое тело, В - газ). Профили скоростей и давлений в обоих случаях изображены на рис. ПЗ-4. Там же даны соответствующие диаграммы  $x, t$ .

Рассмотрим этот процесс с помощью диаграммы давление - скорость (в исходном состоянии оба вещества, А и В, покоятся в лабораторной системе координат).

Предположим, что уравнение состояния вещества А известно. Изобразим на  $p, u$ -диаграмме (рис. ПЗ-5) ударную адиабату вещества А  $p_A(u)$  для первой ударной волны, распространяющейся по невозмущенному материалу. Если измерить на опыте скорость фронта начальной ударной волны  $D_1$ , то состояние в ней изобразится точкой  $a (p_a, u_a)$  - точкой пересечения прямой  $p = D_1 u / V_{0A}$  с ударной адиабатой  $p_A(u)$ .

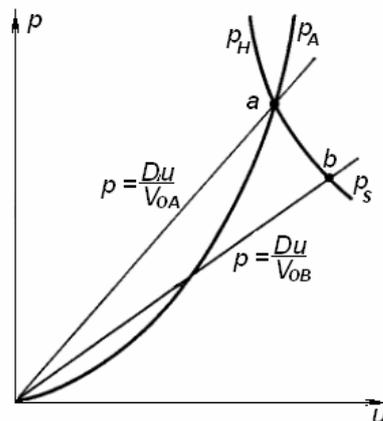


Рис. ПЗ-5.  $p, u$  - диаграмма для опыта с отражением.

После отражения этой ударной волны от границы между средами А и В в веществе А возникает новое состояние. Если отраженная волна ударная, то состояние лежит на ударной адиабате вторичного сжатия, для которой исходным является состояние  $a (p_a, V_a, u_a)$ ; эта ударная адиабата изображается кривой  $p_H$ , выходящей вверх из точки  $a$ .

Если же отраженная волна - адиабатическая волна разрежения, то новое состояние лежит на изэнтропе разрежения, идущей из точки  $a$  вниз (кривая  $p_S$ ). Поскольку уравнение состояния вещества А предполагается известным, то как ударную адиабату вторичного сжатия  $p_H(V, V_a, p_a)$ , так и изэнтропу разрежения с энтропией, равной  $S_a = S(p_a, V_a)$ , можно преобразовать так, чтобы вместо объема в качестве аргумента вошла скорость. В первом случае это делается путем использования соотношений на фронте ударной волны, во втором с помощью соотношений, справедливых для волны разрежения.

Если измерить на опыте и скорость ударной волны  $D$  в среде В, то геометрическим местом состояний в этой волне служит прямая  $p = Du / V_{0B}$ . Точка пересечения  $b$  этой прямой с кривой  $p_H p_S$  - геометрическим местом возможных состояний в веществе А

после отражения ударной волны - и определяет давление и скорость в ударной волне в В, равные давлению и скорости контактной границы А и В (см. рис. ПЗ-4).

На диаграмме  $p, u$  рис. 3-23 изображен второй случай, когда при отражении возникает волна разрежения. В первом случае прямая  $p = Du/V_{0B}$  проходит выше прямой  $p = D_1u/V_{0A}$  и точка пересечения  $b$  лежит выше точки  $a$  на ударной адиабате вторичного сжатия вещества А, которая описывается кривой  $ap_H$ .

Отсюда, между прочим, видно, какой величиной характеризуется «жесткость» вещества. Предположим, что ударные волны не очень сильные и их скорости близки к скоростям звука:  $D \approx c_B, D_1 \approx c_A$ . Вещество В жестче, чем А, и отраженная волна - ударная, если  $c_B/V_B > c_A/V_A$  или  $\rho_B c_B > \rho_A c_A$ . Величину  $\rho c$  называют иногда акустическим импедансом. Она определяет связь давления и скорости в акустической или слабой ударной волне:  $p = \rho c u$ .

**8. Расщепление волн сжатия и разгрузки.** Посмотрим, что реально происходит, если к поверхности плоского тела в начальный момент приложить постоянное давление  $p$ . Будем считать давление достаточно малым для того, чтобы деформация линейно зависела от давления, т. е. подчинялась закону Гука.

Нарисуем диаграмму  $p, V$  для состояния сжатого вещества за фронтом волны. Учитывая «неизотропность» давления в случае слабых деформаций, будем вместо давления оперировать нормальной составляющей напряжения, действующей на площадку, параллельную поверхности фронта волны,  $\sigma_{zz}$ , если волна распространяется вдоль оси  $z$ . По оси абсцисс будем откладывать удельный объем тела. При малых деформациях и давлениях состояние описывается законом Гука, который, можно переписать в виде:

$$\sigma_{zz} = \frac{\Delta V}{V} \rho c_l^2, \sigma_{zz} < p_{кр}. \quad (\text{ПЗ.10})$$

Когда давление превышает критическое  $p_{кр}$ , а изменение объема превышает  $\Delta V_{кр}/V = p_{кр}/\rho c_l^2$ , тело становится текучим и наклон прямой  $\sigma_{zz} (\Delta V)$  меняется. В этой области имеем

$$\sigma_{zz} = \frac{\Delta V}{V} \rho c_0^2 + const, \sigma_{zz} > p_{кр}. \quad (\text{ПЗ.11})$$

Диаграмма  $\sigma_{zz}, V$  изображена на рис. ПЗ-5.

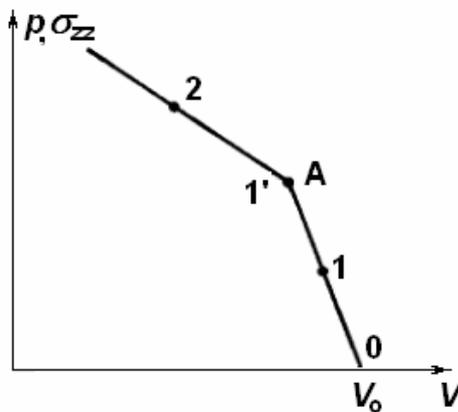


Рис. ПЗ-6. Диаграмма напряжение (давление) — объем.

Если внешнее давление  $p < p_{кр}$ , по телу побегит одна «упругая» волна сжатия со скоростью  $c_l$  (рис. ПЗ-6,а; состояние 1 на диаграмме  $\sigma_{zz}, V$  рис. ПЗ-5). Если же

приложенное давление  $p > p_{кр}$ , то в теле окончательно достигается состояние 2 на диаграмме  $\sigma_{zz}, V$ . Однако в этом случае по телу бежит уже не одна, а две волны: «упругая» с амплитудой  $p_{кр}$  и состоянием за фронтом 1', а вслед за нею «пластическая» с состоянием за фронтом 2 (см. рис. 3-25,6). Поскольку  $c_0 < c_l$ , пластическая волна не догоняет упругую, так что комбинация двух волн устойчива. Пластическая волна бежит по чуть сжатому веществу, которое движется со скоростью  $u_{кр} = p_{кр}/\rho c_l$ . Эта скорость весьма мала, например, в железе сжатие в упругой волне равно  $\Delta V_{кр}/V = 5 \cdot 10^{-4}$ , а скорость  $u_{кр} = 3,6$  м/сек. Массовая скорость в пластической волне равна  $u' = \frac{p - p_{кр}}{\rho c_0}$  относительно вещества, движущегося в упругой волне, и  $u' + u_{кр}$  относительно невозмущенного вещества.

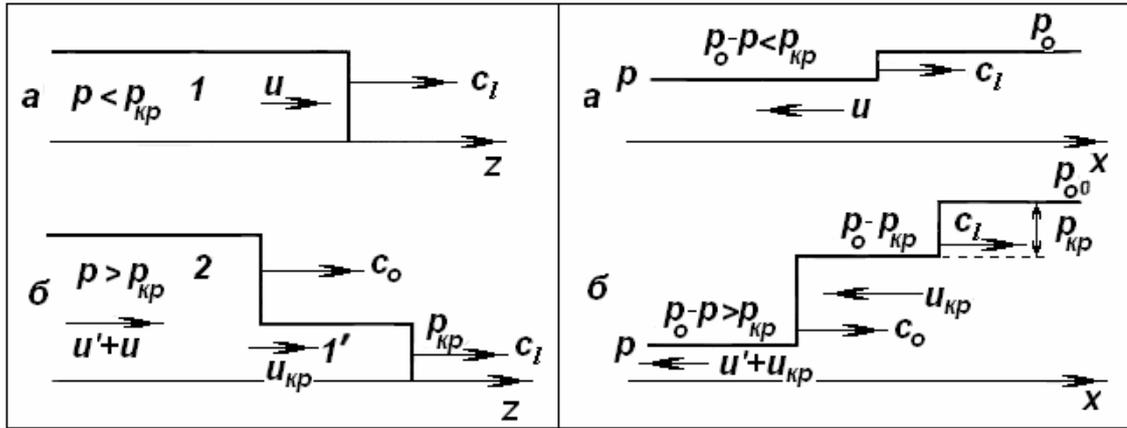


Рис. ПЗ-7. Два случая распространения акустической волны сжатия: а) одна упругая волна; б) система пластической и упругой волн.

Рис. ПЗ-26. Два случая распространения акустической волны разгрузки: а) одна упругая волна; б) система пластической и упругой волн.

Если рассматривать волны сжатия большой амплитуды, а тем более ударные волны с давлениями в сотни тысяч атмосфер и выше, то эффектами предварительного сжатия вещества упругой волной до одной - двух тысяч атмосфер и разгона его до скорости порядка нескольких метров в секунду пренебречь, считая, что пластическая волна распространяется по неподвижному невозмущенному веществу со скоростью, соответствующей сжимаемости  $c_0$ .

Ударные волны достаточно большой амплитуды распространяются со скоростью, заметно превышающей  $c_0$ . Если скорость ударной волны  $D > c_l$ , то расщепления волн вообще не происходит: ударная волна как бы с самого начала бежит скорее упругой и слита с нею в одну волну.

Расщепление волн на упругую и пластическую происходит и в случае достаточно сильной разгрузки предварительно сжатого вещества. Пусть вещество разгружается от давления  $p_0$  до давления  $p$  (например, сначала по телу путем сжатия его поршнем была запущена волна сжатия с давлением  $p_0$ , а затем через какое-то время давление на поршне падает до величины  $p$ ). Если  $p_0 - p < p_{кр}$ , по сжатому веществу бежит одна упругая волна разгрузки со скоростью  $c_l$ . Если же  $p_0 - p > p_{кр}$ , то впереди бежит упругая волна разгрузки, в которой давление падает от  $p_0$  до  $p_0 - p_{кр}$ , а вслед за нею с меньшей скоростью распространяется пластическая волна разгрузки, в которой давление падает до величины  $p$ , равной давлению на «поршне» (в частности, если поршень вообще «убирается»,  $p$  может быть равным нулю). Эти два случая показаны на рис. ПЗ-26. Явление расщепления волны разгрузки на две наблюдалось экспериментально.

**9. Переход твердого тела в текучее состояние.** Одним из характерных свойств твердого тела, отличающим его от жидкости, является устойчивость формы твердого тела, сопротивляемость по отношению к сдвигу. В жидкости отсутствует сопротивление по отношению к сдвигу, жидкость с легкостью принимает любую форму, лишь бы при этом не менялся ее объем (плотность). Касательные, сдвиговые напряжения в жидкости отсутствуют в статическом состоянии. Они возникают только в момент изменения формы и зависят не от самих деформаций, а от скорости их изменения.

Жидкость характеризуется нулевым модулем сдвига  $G = 0$ . Формально при  $G = 0$  коэффициент Пуассона  $\sigma = 1/2$ . Тензор напряжений при этом в любой системе координат диагонален, причем все три нормальные компоненты его одинаковы и равны «гидростатическому» давлению, которое «изотропно». Упругие свойства жидкости характеризуются только ее сжимаемостью или модулем всестороннего сжатия.

Известно, что при достаточно больших нагрузках, не сводящихся к всестороннему сжатию, твердое тело меняет свои упругие свойства и становится пластичным, текучим, в некотором отношении подобным жидкости.

Текучее состояние твердого тела характеризуется не полным отсутствием касательных напряжений, как в жидкости, но отсутствием возрастания касательных напряжений при возрастании сдвиговых деформаций. Начиная с некоторых критических сдвиговых деформаций и напряжений, твердое тело перестает сопротивляться дальнейшему увеличению сдвига.

Модуль сдвига  $G$  можно определить как коэффициент пропорциональности между касательным напряжением при чистом сдвиге  $\sigma_{xz}$  и сдвиговой деформацией -  $\theta$ . В силу линейности зависимости напряжения и деформации при этом одновременно пропорциональны и приращения деформации и напряжения:  $\sigma_{xz} = G\theta$ ,  $d\sigma_{xz} = Gd\theta$ , при чистом сдвиге на угол  $\theta$ .

В текучем состоянии твердого тела, после того как сдвиг  $\theta$  и напряжение  $\sigma_{xz}$  станут больше критических  $\theta_{кр}$ ,  $\sigma_{кр}$ , дальнейший рост напряжения при увеличении деформации прекращается (или резко замедляется). Если формально определить модуль сдвига в этом состоянии как коэффициент пропорциональности между приращениями  $d\sigma_{xz}$  и  $\theta$ , но не между самими величинами  $\sigma_{xz}$  и  $\theta$ , то его следует положить равным нулю. Рассмотрим одностороннее сжатие нетекучего и текучего тел. Пусть тело цилиндрической формы заключено в цилиндрический сосуд с жесткими стенками и сжимается поршнем вдоль оси. Оценим, как меняется при этом расположение атомов тела. Решетку считаем для простоты кубической. Если тело нетекучее, то межатомные расстояния в направлении оси сокращаются, а в поперечных направлениях остаются неизменными; при этом атомы остаются на «своих местах». Если же тело текучее, то сокращаются все межатомные расстояния, происходит перестройка решетки, такое перераспределение атомов, что решетка и в сжатом состоянии остается кубической.

Первый случай содержит в себе элемент сдвига. При деформации нетекучего тела ряды атомов не сдвинуты по отношению друг к другу, как и в недеформированном состоянии. При деформации тело приобретает упругую энергию за счет работы внешних сил, производящих деформацию. Если тело нетекучее, эта энергия связана как с изменением объема, так и со сдвигом. При данном объеме упругая энергия минимальна, если сжатие всестороннее и сдвиговых деформаций нет. Поэтому при одностороннем сжатии нетекучего тела до данного объема тело находится в неравновесном состоянии. Равновесное состояние при данном объеме соответствовало бы всестороннему сжатию, т. е. перестроенной кристаллической решетке.

Для перестройки решетки нужна «энергия активации», атомам нужно преодолеть потенциальные барьеры. При небольших нагрузках перестройки не происходит, твердое тело ведет себя по отношению к деформации как нетекучее.

Однако при достаточно больших нагрузках твердое тело утрачивает свою «жесткость», нетекучесть и уподобляется жидкости, т. е. приобретает способность перестраиваться таким образом, чтобы энергия его при данном объеме была минимальной.

В частности, при одностороннем сжатии тела это случается, когда касательное напряжение в плоскости, наклоненной под углом  $45^\circ$  к направлению сжимающего усилия, превышает предел — критическое напряжение сдвига  $\sigma_{кр}$ .

Оценим величину сжимающего усилия  $\sigma_{x'z'}$ .

$$\sigma_{x'z'} = \frac{1}{2}(\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) = \frac{1}{2} \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} \sigma_{zz} = \frac{1}{2} \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} p, \quad (П3.12)$$

найдем критическую сжимающую нагрузку  $p_{кр}$ , выше которой происходит переход тела в текучее состояние:

$$p_{кр} = \frac{1-\sigma}{1-2\sigma} 2\sigma_{кр}. \quad (П3.13)$$

В отличие от термодинамических констант вещества (модуля Юнга или сжимаемости), критическое напряжение сдвига, как величина, характеризующая прочность, сильно зависит от обработки металла, примесей и т. д. Для железа примерно  $\sigma_{кр} = 600$  бар,  $p_{кр} = 1900$  бар.

Рассмотрим одностороннее сжатие тела в направлении  $z$  под действием сжимающего усилия  $p$ . В поперечных направлениях  $x, y$  деформаций нет (стержень зажат сбоку). Будем формально описывать переход из нетекучего в текучее состояние, полагая в законе пропорциональности между приращениями напряжения и деформации модуль сдвига равным нулю при нагрузках, превышающих критическую, при  $p = \sigma < p_{кр}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= \left( K + \frac{4}{3} G \right) \frac{\Delta L}{L}, \quad \frac{d\sigma_{zz}}{d(\Delta L/L)} = K + \frac{4}{3} G, \\ \sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \left( K - \frac{2}{3} G \right) \frac{\Delta L}{L}, \quad \frac{d\sigma_{xx}}{d(\Delta L/L)} = K - \frac{2}{3} G, \\ \sigma_{x'z'} &= \frac{1}{2}(\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) = G \frac{\Delta L}{L}, \quad \frac{d\sigma_{x'z'}}{d(\Delta L/L)} = G. \end{aligned} \quad (П3.14)$$

После того как нагрузка достигла критической величины, положим в формулах для производных от напряжений (но не в формулах для самих напряжений)  $G = 0$ . Получим при  $p > p_{кр}$ :

$$\frac{d\sigma_{zz}}{d(\Delta L/L)} = \frac{d\sigma_{xx}}{d(\Delta L/L)} = K, \quad \frac{d\sigma_{x'z'}}{d(\Delta L/L)} = 0. \quad (П3.15)$$

Нормальные напряжения  $\sigma_{zz}, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  растут теперь одинаково в соответствии с модулем всестороннего сжатия (при одностороннем сжатии  $\Delta L/L = \Delta V/V$ ). Касательное напряжение в наклонной плоскости остается неизменным и равным  $\sigma_{x'z'} = \sigma_{кр}$  (критическая реформация равна  $(\Delta L/L)_{кр} = \sigma_{кр}/G$ ).

При нагрузках меньших критической и порядка критической  $\sigma_{zz} \neq \sigma_{xx}$  «давление» имеет существенно негидростатический характер. В пределе, когда нагрузки достаточно велики,  $p \gg p_{кр}$ , относительная разность  $(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})/\sigma_{zz} = 2\sigma_{кр}/\sigma_{zz} \rightarrow 0$ , т.е. все три нормальных напряжения становятся почти одинаковыми. Касательное напряжение  $\sigma_{x'z'} = \sigma_{кр}$  становится малым по сравнению с нормальным. Оно остается постоянным или же медленно возрастает, гораздо медленнее, чем раньше.

**10. Состояние вещества при воздействии на него сильной ударной волны.** (Ahrens T.J. Equation of state. Chapter 4. High-Pressure Shock compression of solids Ed. Asay J.R., Shahinpoor M. Springer-Verlag. New York Inc. 1993. 399 p.)

Воспользуемся материалами по экспериментальному наблюдению эффектов, возникающих в твердом теле при прохождении через него ударной волны. В отличие от

условий сравнительно слабой ударной волны (Зельдович, Райзер, 1966) принятой при рассмотрении раздела 3. 8, в этом разделе будут приведены результаты воздействия сильной ударной волны, когда скорость движения частиц за её фронтом составляет примерно 1/3 от скорости волны.

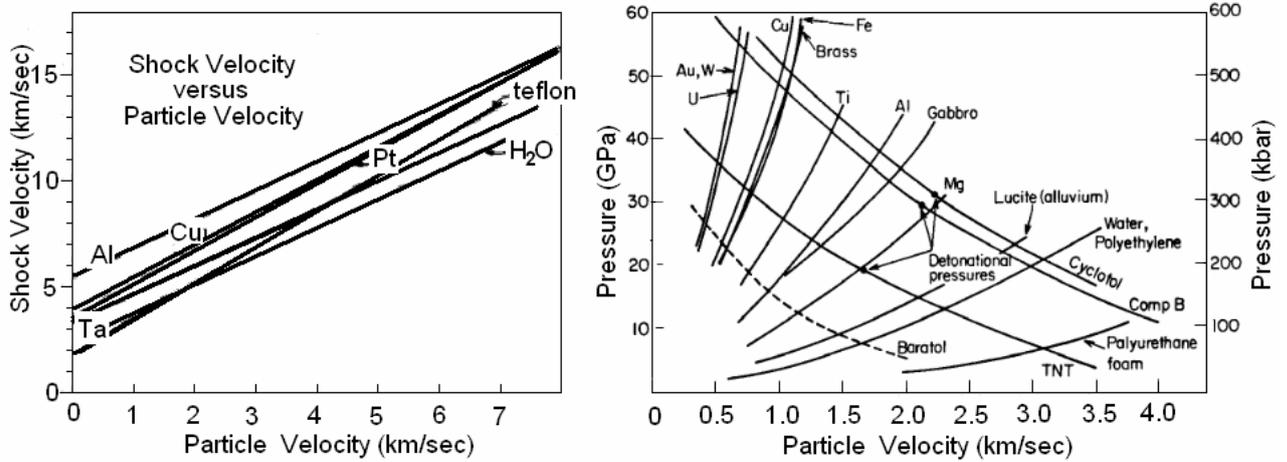


Рис. ПЗ- 27. Взаимосвязь между скоростью ударной волны и скоростью частиц вещества (слева) для нескольких стандартных материалов. Ударное давление, возникающее в технических материалах при заданной скорости движения частиц среды.

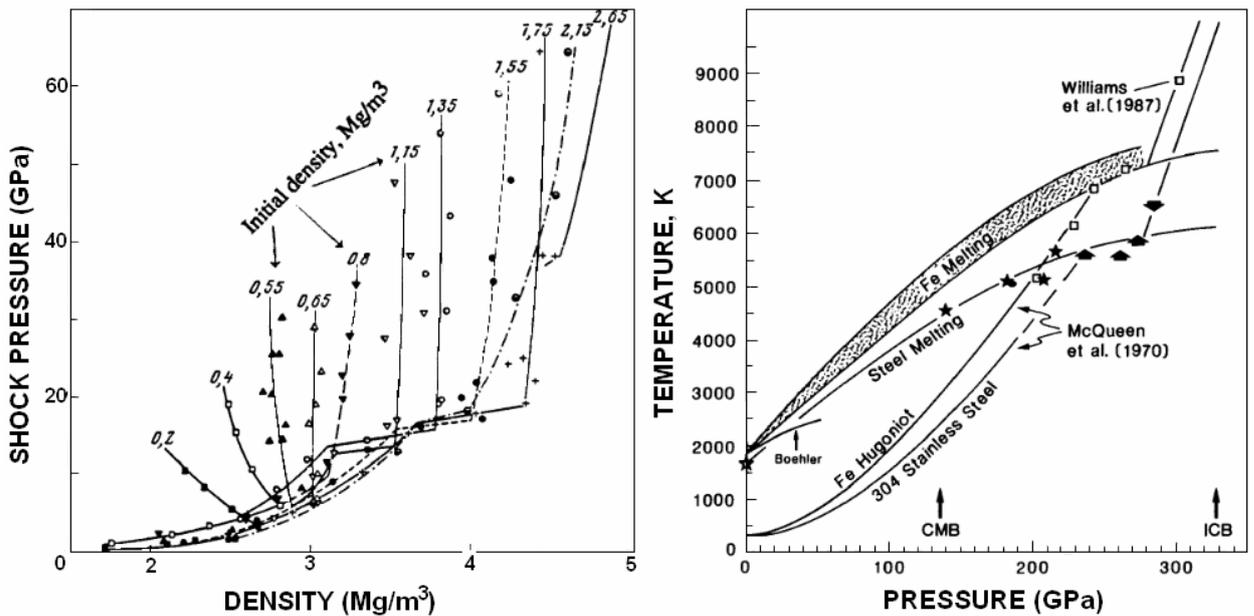


Рис. ПЗ-28. Слева – график: ударное давление - плотность пористых сред по Гюгонию для пористого кварца, начальная плотность которого составляла 0.2-0.8 г/см<sup>3</sup>. После воздействия ударной волны, - кварц достигал плотности стишовита (до 2.65 г/см<sup>3</sup>). Справа – адиабаты Гюгонию для железа и стали. Стрелками отмечены давления, характерные для ядра Земли.

На рис. ПЗ-27 приведены графики, связывающие скорость частиц со скоростью волны и с давлением на фронте ударной волны.  
 На рис. ПЗ-28 приведены результаты экспериментов (Ahrens, 1993) по сжатию пористых материалов ударной волной от начального состояния до состояния Гюгонию (слева). Начальная пористость материалов отмечена цифрами, конечная – соответствует

значениям на горизонтальной оси в соответствии с адиабатой Гюгонио. На правой шкале показан конечный результат изучения уравнения состояния железа и стали под воздействием ударных волн. Показана кривая плавления и адиабата Гюгонио. Автор (Ahrens, 1993) отметил на шкале давления значения для внешнего и внутреннего ядра (СМВ – граница ядро-мантия, ICB – граница внутреннего ядра).